

Правительство Российской Федерации

**федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

**«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
Нижегородский филиал**

Факультет бизнес-информатики и прикладной математики

Программа дисциплины

«Численные методы моделирования»

для направления 080700.62 «Бизнес-информатика»,
направления 010500.62 «Прикладная математика и информатика»
подготовки бакалавра

Автор: ст. преподаватель Е.А. Маслова

Рекомендована секцией УМС
«Информатика»

Председатель

_____ А.Н. Визгунов

« ____ » _____ 2011 г.

Утверждена УМС филиала

Председатель

_____ Л.Г. Макарова

« ____ » _____ 2011 г.

Одобрена на заседании кафедры
Информационных систем и технологий

Зав. кафедрой

_____ Э.А. Бабкин

« ____ » _____ 2011 г.

Н. Новгород, 2011 г.

I. Пояснительная записка

Авторы программы: программа дисциплины разработана коллективом кафедры информационных систем и технологий НИУ ВШЭ – Нижний Новгород, ответственный исполнитель ст. преп. Маслова Е.А.

Требования к студентам:

Для освоения дисциплины студент должен знать базовый математический аппарат, иметь навыки работы с отечественной и зарубежной научной литературой, иметь представление о современных методах и средствах информационных технологий, владеть современными методами программирования, иметь представление о технологии работы в среде электронных таблиц (Open Office Calc либо Microsoft Excel любой версии). Приветствуется знакомство с пакетом MATLAB - современной средой моделирования и визуализации его результатов, а также с другими средами математического моделирования. Обязательным является своевременное выполнение студентами практических заданий на ЭВМ в современной среде моделирования.

Аннотация:

Дисциплина рассчитана на студентов, специализирующихся в области прикладной математики и информатики, а также в области бизнес-информатики.

Цели дисциплины: формирование у студентов четкого представления о месте, роли и границах применения современных математических и численных моделей в задачах моделирования сложных социально-экономических и прочих процессов в их динамике, освоение теоретических и практических основ численного моделирования, понимание проблем и направлений перспективных исследований. Лекционный курс направлен на подготовку специалистов, способных проводить моделирование предметной области и решать прикладные задачи численного моделирования. Практические задания служат для получения устойчивых навыков работы с современными средствами компьютерного моделирования, включая современные языки программирования и библиотеки программ. Основное внимание уделяется изучению проблем, возникающих при практическом моделировании конкретных задач.

Дисциплина рассчитана на два модуля. В первом модуле изучается численное моделирование для задач линейной алгебры (раздел I тематического плана учебной дисциплины). Во втором модуле изучаются численные методы моделирования в математическом анализе и для решения систем разностных, дифференциальных и интегральных уравнений (раздел II тематического плана учебной дисциплины). На лекциях в течение курса излагается теоретический материал. На практических занятиях в компьютерном классе разбираются особенности реализации рассматриваемых методов для конкретных задач с использованием современных средств компьютерного моделирования, таких как MATLAB (или Scilab), MathCAD, MS Excel (или Open Office Calc), Mathematica, Maple, а также на современных языках программирования, таких, например, как C#, C++, Java. Особое внимание уделяется оценке погрешностей вычисления и способам ее уменьшения, а также визуализации результатов моделирования. По курсу предусмотрено выполнение 1 контрольной работы, состоящей из двух частей (в конце каждого модуля), и 2 домашних заданий. Предполагается сдача зачета (в конце первого модуля) и экзамена (в конце второго).

Дисциплина «Численные методы моделирования» рассчитана на 162 часа, в том числе 80 часов аудиторных занятий с преподавателем (из них 40 часов лекций и 40 часов практических занятий) и 82 часа самостоятельной работы студента.

Учебная задача дисциплины:

В результате изучения дисциплины студент должен:

- **знать** сложившуюся в отечественной и зарубежной практике терминологию, виды информационных моделей и соответствующее программное обеспечение, основные типы проблем численного моделирования и алгоритмы решений;
- **уметь применять** полученные знания к решению вопросов моделирования и создания математических моделей;
- **иметь представление** о проблемах разработки и реализации численных алгоритмов, деталях их реализации в коммерческих системах;
- **овладеть методологией и навыками** численной реализации математической модели, анализа полученных результатов, интерпретации их для уточнения модели.

II. Тематический план учебной дисциплины

№	Название темы	Всего часов	Аудиторные		Самостоят. работа
			Лекции	Семинарские и практ. занятия	
Раздел 1. Численные методы линейной алгебры					
1.1	Особенности компьютерной реализации математических моделей	16	4	4	8
1.2	Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	24	6	6	12
1.3	Матричные задачи и проблема собственных значений	8	2	2	4
1.4	Особенности решения нелинейных задач на примере нелинейных уравнений и их систем	32	8	8	16
Раздел 2. Численные методы математического анализа и решения дифференциальных уравнений					
2.1	Аппроксимация и интерполяция функций	24	6	6	12
2.2	Численное интегрирование в квадратурах	16	4	4	8
2.3	Численное дифференцирование	8	2	2	4
2.4	Разностные уравнения	8	2	2	4
2.5	Обыкновенные дифференциальные уравнения	14	3	3	8
2.6	Методы решения уравнений в частных производных	8	2	2	4
2.7	Решение интегральных уравнений	4	1	1	2
	Итого	162	40	40	82

III. Формы рубежного и итогового контролей

Контроль знаний студентов включает формы текущего и итогового контроля. Текущий контроль осуществляется в течение всего курса. По дисциплине «Численные методы моделирования» предусмотрены различные формы текущего контроля знаний и работы студентов на практических занятиях: отчеты по индивидуальным заданиям, выполненным на практических занятиях и дома, домашние задания, контрольные работы (по учебным материалам каждого модуля) и теоретические тесты.

Для контроля усвоения теоретического материала предусмотрено выполнение 3 теоретических тестов (два из них проводятся в конце каждого из модулей, а третий - итоговый по всему курсу). Теоретический тест проверяет знание базовых понятий курса и умение применять изученные алгоритмы для решения конкретных задач. Теоретический тест является индивидуальным для каждого студента и включает 25 вопросов, в каждом из которых предлагается 4 варианта ответов. Итоговая оценка за теоретический тест в зависимости от количества верных ответов ставится в соответствии с таблицей 1. В помощь студентам для выполнения домашних заданий, а также при возникновении проблем с теоретическим материалом организованы еженедельные индивидуальные консультации согласно расписанию преподавателя.

Таблица 1. Оценка тестов в соответствии с количеством верных ответов на теоретический тест

Из 25 вопросов верных ответов	По 10-балльной шкале	По 5-балльной шкале	Пометка о зачете
0-4	1 - неудовлетворительно	2 - неудовлетворительно	Не зачтено
5-8	2 – очень плохо		
9-12	3 - плохо		
13-15	4 - удовлетворительно	3 - удовлетворительно	Зачтено
16-17	5 – весьма удовлетворительно		
18-20	6 - хорошо	4 - хорошо	
21-22	7 - очень хорошо		
23	8 – почти отлично	5 - отлично	
24	9 - отлично		
25	10 - блестяще		

Каждая форма текущего контроля оценивается 10-балльной оценкой, которая выставляется в рабочую ведомость преподавателя. Формы итогового контроля – дифференцированный зачет по окончании первого модуля и экзамен по окончании всего курса. Каждая форма итогового контроля оценивается также по 10-балльной шкале. Форма итогового контроля – индивидуальное собеседование с теми студентами, которых не устраивает результирующая итоговая оценка, выставленная преподавателем, и они желают ее повысить.

Для получения *результирующей оценки Озачет* итогового контроля используются следующие весовые множители:

0,4 – для оценки **Опр1** по присланным отчетам студентов за выполнение индивидуальных практических работ в течение первого модуля по материалам раздела I «Численное решение задач линейной алгебры» данной программы в выбранной среде моделирования на практических занятиях в компьютерном классе и дома самостоятельно,

0,4 – для оценки **Окр1** за выполнение контрольной работы №1 по материалам первого модуля (раздел I «Численное решение задач линейной алгебры»),

0,2 – для оценки **Отест1**, за индивидуальный теоретический тест №1 по материалам первого модуля (раздел I «Численное решение задач линейной алгебры»).

Для получения результирующей оценки Озачет по 10-балльной шкале вычисляется величина:

$$\text{Озачет} = 0,4 \times \text{Опр1} + 0,4 \times \text{Окр1} + 0,2 \times \text{Отест1}.$$

Для получения *результатирующей оценки Оэкзамен* итогового контроля используются следующие весовые множители:

0,3 – для оценки **Опр2** по присланным отчетам студентов за выполнение индивидуальных практических работ в течение второго модуля по материалам раздела II «Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений» в выбранной среде моделирования на практических занятиях в компьютерном классе и дома самостоятельно,

0,3 – для оценки **Оessay** за домашнее задание в виде эссе по выбранной теме с реализацией рассмотренных алгоритмов в какой-либо современной среде моделирования самостоятельно (тематика домашних эссе приведена в разделе VI данной программы),

0,2 – для оценки **Окр2** за выполнение контрольной работы №2 по материалам второго модуля (раздел II «Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений»),

0,15 – для оценки **Отест2**, за индивидуальный теоретический тест №2 по материалам второго модуля (раздел II «Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений»),

0,05 – для оценки **Отест3**, за индивидуальный теоретический тест №3 по материалам всего курса.

Для получения результирующей оценки Оэкзамен по 10-балльной шкале вычисляется величина:

$$\text{Оэкзамен} = 0,3 \times \text{Опр2} + 0,3 \times \text{Оessay} + 0,2 \times \text{Окр2} + 0,15 \times \text{Отест2} + 0,05 \times \text{Отест3}.$$

Предусмотрен также бонус в виде дополнительного слагаемого в правой части равенства для результирующих оценок Озачет и Оэкзамен в пределах от 0,1 до 0,5 балла за активную работу студента на лекционных и практических занятиях.

Полученные после округления этих величин до целого значения результаты *выставляются* как *результатирующие оценки по 10-балльной шкале* по учебной дисциплине «Численные методы моделирования» в экзаменационные ведомости и зачетную книжку студента. Наряду с оценками по 10-балльной шкале в экзаменационные ведомости и зачетную книжку студента преподавателем выставляются также оценки **по 5-балльной шкале**, полученные из 10-балльных оценок по таблице 2 соответствия итоговых оценок по 10-балльной и 5-балльной системам из Приложения №2 к приказу Ректора ГУ-ВШЭ № 1002 от 17.06.2002.

Таблица 2. Соответствие оценок по десятибалльной и пятибалльной системам

По десятибалльной шкале	По пятибалльной шкале	Пометка о зачете
1 – неудовлетворительно	неудовлетворительно - 2	Не зачтено
2 – очень плохо		
3 – плохо		
4 – удовлетворительно	удовлетворительно - 3	Зачтено
5 – весьма удовлетворительно		
6 – хорошо	хорошо - 4	
7 – очень хорошо		
8 – почти отлично	отлично - 5	
9 – отлично		
10 – блестяще		

IV. Содержание программы учебной дисциплины

Раздел 1. Численные методы линейной алгебры

Тема 1.1. ОСОБЕННОСТИ КОМПЬЮТЕРНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Введение. Этапы решения задач на ЭВМ. Представление чисел на ЭВМ. Виды погрешностей. Способы уменьшения вычислительной погрешности. Неустойчивые задачи и алгоритмы. Графы вычислений и распространение ошибок.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы*. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.
- Самарский А.А. *Введение в численные методы*. – М.: Наука, 2001. – 234с.
- Лобанов А.И., Петров И.Б. *Лекции по вычислительной математике*. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий - ИНТУИТ.ру, 2006. – 528с.
- *Численное решение систем линейных и нелинейных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика»*. Юнита 1. Разработано: Варпаев В.Н.. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 125с.

Дополнительная литература

- Турчак Л.И., Плотников П.В. *Основы численных методов*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 304с.
- Рябенский В.С. *Введение в вычислительную математику*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 294с.
- Косарев В.И. *12 лекций по вычислительной математике*. – М.: Изд-во МФТИ, Физматкнига, 2000. – 220с.
- *Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования, Том 1*. – М.: Наука, 2005. – 343с.
- *Численные методы: От вычислительных алгоритмов к решению задач в примерах на Turbo Pascal и Mathcad. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений: Методическая разработка по курсу «Информатика»*. Сост.: Демкин В.М. – Н.Новгород: НФ ГУ-ВШЭ, 2003. – 24с.

Тема 1.2. ПРЯМЫЕ И ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Прямые методы. Некоторые основные понятия. Метод Гаусса. Другие прямые методы. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений.

Общее описание итерационных методов. Сущность метода. Выбор начального приближения. Приведение системы к виду, удобному для итераций. Метод простой итерации (Якоби). Метод Зейделя. Достаточные условия сходимости методов простой итерации и Зейделя. Сравнительная оценка прямых и итерационных методов СЛАУ.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы*. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.

- *Численное решение систем линейных и нелинейных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 1. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 125с.*

Дополнительная литература

- Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 2001. – 234с.
- Численные методы: От вычислительных алгоритмов к решению задач в примерах на Turbo Pascal и Mathcad. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений: Методическая разработка по курсу «Информатика». Сост.: Демкин В.М. – Н.Новгород: НФ ГУ-ВШЭ, 2003. – 24с.
- Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, – СПб: БХВ-Петербург, 2004. – 320с.
- Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. – СПб, БХВ-Петербург, 2003. – 464с.
- Черняк А.А., Новиков В.А., Мельников О.И., Кузнецов А.В. Математика для экономистов на базе Mathcad. – СПб, БХВ-Петербург, 2003. – 496с.
- Плис А.И., Сливина Н.А. МATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров. Учебное пособие. – М.: “Финансы и статистика”, 2003. – 656с.

Тема 1.3. МАТРИЧНЫЕ ЗАДАЧИ И ПРОБЛЕМА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Нахождение обратной матрицы. Вычисление определителя. Нахождение собственных значений и собственных векторов для матриц. Определение наибольшего и наименьшего собственных значений итерационным методом.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.
- *Численное решение систем линейных и нелинейных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 1. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 125с.*

Дополнительная литература

- Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. – М.: Мир, 2001. – 429с.
- Черняк А.А., Новиков В.А., Мельников О.И., Кузнецов А.В. Математика для экономистов на базе Mathcad. – СПб, БХВ-Петербург, 2003. – 496с.
- Плис А.И., Сливина Н.А. МATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров. Учебное пособие. – М.: “Финансы и статистика”, 2003. – 656с.

Тема 1.4. ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НА ПРИМЕРЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ СИСТЕМ

Некоторые определения. Численное нахождение корня на ЭВМ. Метод бисекции и метод хорд. Метод простой итерации. Принцип сжатых отображений. Геометрический смысл метода итерации. Примеры применения метода итерации. Метод Ньютона, общее описание метода и геометрический смысл. Условия сходимости и порядок сходимости. Пример «капризного» поведения метода Ньютона. Метод секущих. Сравнительная оценка методов.

Системы нелинейных уравнений. Постановка задачи и ее особенности. Метод простой итерации. Метод Ньютона и его модификации.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.
- Численное решение систем линейных и нелинейных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 1. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 125с.

Дополнительная литература

- Вержбицкий В.М. Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения. – М.: Высшая школа, 2000. – 266с.
- Численные методы: От вычислительных алгоритмов к решению задач в примерах на Turbo Pascal и Mathcad. Численное решение нелинейных уравнений: Методическая разработка по курсу «Информатика»/ НФ ГУ-ВШЭ; Сост.: Демкин В.М. – Н.Новгород, 2003. – 24с.
- Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 2001. – 234с.
- Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 320 стр., ил.
- Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel. – СПб, БХВ-Петербург, 2003. – 464с.

Раздел 2. Численные методы математического анализа и решения дифференциальных уравнений

Тема 2.1. АППРОКСИМАЦИЯ И ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ФУНКЦИЙ

Постановка задачи и основные определения. Интерполяция с помощью многочленов. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционный многочлен Ньютона. Точность и сходимость многочленной интерполяции. Использование локальных интерполяций. Равномерные многочленные приближения. Использование степенных разложений для вычисления функций. Многочлены Чебышева. Экономизация степенных рядов с помощью многочленов Чебышева. Среднеквадратичные приближения.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.
- Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 2. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 112 с.

Дополнительная литература

- Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 2001. – 234с.
- Численные методы: От вычислительных алгоритмов к решению задач в примерах на Turbo Pascal и Mathcad. Полиномиальная аппроксимация функций: Методическая разработка по курсу «Информатика»/ НФ ГУ-ВШЭ; Сост.: Демкин В.М. – Н.Новгород, 2003. – 24с.
- Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 320с.
- Черняк А.А., Новиков В.А., Мельников О.И., Кузнецов А.В. Математика для экономистов на базе Mathcad. -СПб, БХВ-Петербург, 2003. – 496с.

Тема 2.2. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ В КВАДРАТУРАХ

Постановка задачи. Метод прямоугольников. Метод трапеций. Метод Симпсона. Метод Гаусса. Сравнительная оценка методов и способы уточнения решения. Метод Рунге.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.
- Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 2. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 112 с.

Дополнительная литература

- Численные методы: От вычислительных алгоритмов к решению задач в примерах на Turbo Pascal и Mathcad. Численное интегрирование в квадратурах: Методическая разработка по курсу «Информатика»/ НФ ГУ-ВШЭ; Сост.: Демкин В.М. – Н.Новгород, 2003. – 24с.
- Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 2001. – 234с.
- Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 320с.
- Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel, – СПб, БХВ-Петербург, 2003. – 464с.
- Плис А.И. Сливина Н.А. MATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров: Учебное пособие. – М.: “Финансы и статистика”, 2003. – 656с.

Тема 2.3. ЧИСЛЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ

Постановка задачи. Использование ряда Тейлора. Использование интерполяционных многочленов. Погрешности численного дифференцирования и способы их уменьшения.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.
- Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 2. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 112с.

Дополнительная литература

- Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 2001. – 234с.
- Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, - СПб: БХВ-Петербург, 2004. – 320с.

Тема 2.4. РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Общие понятия. Решение разностных уравнений первого порядка. Решение линейных разностных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Основная литература

- Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 2001. – 234с.
- Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 2. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 112 с.

Дополнительная литература

- Рябенский В.С. Введение в вычислительную математику. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 294с.

Тема 2.5. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Общие понятия. Метод конечных разностей. Решение задачи Коши. Метод Эйлера. Метод Эйлера с пересчетом. Метод Рунге-Кутты. Многошаговые методы. Сравнительная оценка методов и метод Рунге повышения точности результатов. Задач Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка. Решение краевой задачи. Конечно-разностный метод.

Основная литература

- Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.
- Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 2. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 112 с.

Дополнительная литература

- Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 2001. – 234с.
- Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 320с.
- Салманов О.Н. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel, – СПб, БХВ-Петербург, 2003. – 464с.
- Плис А.И., Сливина Н.А. МATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров: Учебное пособие. – М., “Финансы и статистика”, 2003. – 656с.

Тема 2.6. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Основные понятия и постановка задачи. Описание метода сеток. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Решение параболических задач. Решение эллиптических задач.

Основная литература

- Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 2. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 112 с.
- Лобанов А.И., Петров И.Б. Лекции по вычислительной математике. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий - ИНТУИТ.ру, 2006. – 528с.

Дополнительная литература

- *Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 320с.*
- *Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. – М.: Научный мир, 2003. – 316с.*
- *Галанин М.А. Численное решение уравнения переноса. – В кн.: Будущее прикладной математики. Лекции для молодых исследователей. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 512с.*
- *Попов Ю.П. О консервативности разностных схем. – В кн.: Будущее прикладной математики. Лекции для молодых исследователей – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 512с.*

Тема 2.7. РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Основные понятия и постановка задачи. Интегральное уравнение Фредгольма. Обзор численных методов решения интегральных уравнений. Метод последовательных приближений. Метод аппроксимации ядра интегрального уравнения вырожденным ядром. Квадратурные методы.

Основная литература

- *Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы математической физики. – М.: Научный мир, 2003. – 316с.*
- *Численные методы математического анализа и решения систем дифференциальных уравнений: Методическая разработка по курсу «Вычислительная математика». Юнита 2. Разработано: Варпаев В.Н. – М.: НОУ «Современный гуманитарный институт, 2009. – 112с.*

Дополнительная литература

- *Бахвалов Н.В., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 632с.*
- *Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций, - СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 320с.*
- *Лобанов А.И., Петров И.Б. Лекции по вычислительной математике. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий - ИНТУИТ.ру, 2006. – 528с.*

V. Практические занятия

Практические занятия по дисциплине «Численные методы моделирования» охватывают основные темы лекционного курса и проводятся в компьютерном классе. При этом выполняются упражнения, преследующие цель показать, как различные аспекты численных методов и их компьютерное моделирование современными средствами, включая программирование, взаимодействуют и сочетаются между собой. Показывается на практических примерах последствия легкомысленного подхода к ошибкам вычисления.

Разбираются способы реализации алгоритмов и проведения вычислительных экспериментов в таких интегрированных средах моделирования и визуализации, как электронные таблицы (Microsoft Excel и Open Office Calc), MATLAB, MathCAD, CurveExpert, Maple, Mathematica. Обсуждается реализация алгоритмов на современных языках программирования, таких, как C++, C#, Java, а также применение для решения

практических заданий курса библиотек стандартных программ. Примером такой библиотеки может быть библиотека ALGLIB, представляющая собой многоязыковую коллекцию алгоритмов для решения проблем в области численного анализа и обработки данных, в которой поддерживаются такие языки, как C#, C++, FreePascal, Delphi, VBA. Другой пример - библиотека численных методов Numerical Methods, разработанная фирмой Borland как расширение интегрированной среды Borland Object Pascal и широко применяемая для научно-технических расчетов, включающая 10 разделов численных методов, к сожалению, с несколько устаревшим интерфейсом.

VI. Тематика домашних заданий

По дисциплине «Численные методы моделирования» предусмотрено выполнение двух домашних заданий.

Одно из них состоит из нескольких задач индивидуального варианта (по каждой из изучаемых тем) и выполняется по частям на протяжении всего курса. Выполнение этого задания ставит перед студентом задачу реализовать рассмотренные на лекциях и практических занятиях алгоритмы (либо воспользоваться уже готовыми библиотечными или встроенными программами, процедурами, функциями) и провести вычислительный эксперимент с целью решения задач индивидуального варианта по основным темам курса. К числу инструментальных средств реализации алгоритмов (изученных на практических занятиях курса, знакомых по ранее пройденным дисциплинам или освоенных самостоятельно) относятся MATLAB, MathCAD, MS Excel, Maple, Mathematica, CurveExpert, Java, C#, C++, VBA, многоязычная библиотека ALGLIB и другие. Форма представления выполненного задания: отчет о моделировании решения в конкретной среде моделирования со скриншотами результатов работы приложений, анализом возникших проблем и обсуждением результатов, а также файлы приложений, которые реализуют изучаемый алгоритм. Архив каждого из этих заданий присылается на электронную почту преподавателю в оговоренные сроки.

Другое домашнее задание выполняется в конце второго модуля в форме эссе, носит исследовательский теоретико-практический характер и направлено на развитие компетенции работы с отечественной и зарубежной научной литературой. Студентам предлагается перечень тем по численному моделированию, расширяющих и/или углубляющих тематику лекционной части курса. Выполненное задание должно включать две части: теоретическую, раскрывающую предложенную тему с обсуждением результата вычислительного эксперимента, и практическую с реализацией приведенного алгоритма. Это задание в виде текста эссе и файла приложения с реализацией также присылается по электронной почте преподавателю.

Список тем домашних эссе

1. Аппроксимация B-сплайнами
2. Аппроксимация тригонометрическими функциями
3. Быстрое преобразование Фурье (БПФ)
4. Вычисление бесконечных рядов
5. Вычисление неопределенных интегралов
6. Вычисление рациональных функций
7. Гармонический синтез и гармонический анализ
8. Гиперболические уравнения
9. Единый метод нахождения интерполяционных формул
10. Интегралы и дифференциальные уравнения
11. Интерполяция многочленами для данных с произвольными промежутками
12. Интерполяция многочленами для равноотстоящих узлов

13. Исчисление разностей и числа Стирлинга
14. Исчисление сумм
15. Квадратурные методы интегрирования Ньютона-Котеса высших порядков
16. Конечные ряды Фурье
17. Корреляционный и регрессионный анализ
18. Кривые Безье
19. Кубические сплайны: интерполяция и экстраполяция
20. Линейные фильтры и сглаживание
21. Метод Гаусса численного интегрирования
22. Методы вычисления интегралов специального вида (несобственных и кратных)
23. Методы вычисления специальных функций
24. Методы Монте-Карло
25. Методы нахождения нулей
26. Методы прогноза и коррекции решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)
27. Методы решений систем нелинейных уравнений
28. Многочлены Чебышева
29. Моделирование случайных чисел и их использование
30. Непериодические функции и интеграл Фурье
31. Обращение матриц и собственные значения
32. Операции и функции с комплексными числами и переменными
33. Оптимизация и нелинейный метод квадратов
34. Параболические уравнения
35. Параллельные методы матричного умножения
36. Параллельные методы на графах
37. Параллельные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных
38. Параллельные методы сортировки
39. Практическое вычисление функций
40. Преобразование координат на плоскости и в пространстве и векторный анализ
41. Решение СЛАУ с разреженными матрицами
42. Сглаживание данных эксперимента
43. Уравнения в конечных разностях
44. Формулы для определенных интегралов
45. Численное дифференцирование и коэффициент чувствительности
46. Численное решение краевых задач для систем ОДУ
47. Численные методы решения жестких систем ОДУ
48. Численные методы решения экстремальных задач
49. Экспоненциальная аппроксимация
50. Эллиптические уравнения

VII. Необходимая информационная поддержка

Лекции должны проводиться в аудитории, позволяющей использовать проектор в связке с ноутбуком, практические занятия - в компьютерных классах.

Для проведения практических (лабораторных) занятий по курсу в компьютерном классе должен быть установлен пакет офисных программ, включающий электронные таблицы и текстовый процессор (Microsoft Office или Open Office), MATLAB (или свободно распространяемый аналог Scilab), а также по крайней мере одна система программирования из числа знакомых студентам. Приветствуется наличие любой версии MathCAD.

Необходим также доступ к сайту www.intuit.ru.

VIII. Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

- 1) Математическая модель и ее погрешности.
- 2) Представление чисел в ЭВМ. Работа компьютера с плавающей или фиксированной точкой.
- 3) Виды погрешности: неустранимая, численного метода, вычислительная, абсолютная, относительная.
- 4) Значение цифры числа. Верная значащая цифра числа.
- 5) Вычисление абсолютной и относительной погрешностей суммы (разности) двух чисел, если известны погрешности операндов.
- 6) Вычисление абсолютной и относительной погрешностей произведения двух чисел, если известны погрешности сомножителей.
- 7) Вычисление абсолютной и относительной погрешностей частного двух чисел, если известны погрешности делимого и делителя.
- 8) Графы вычислительных процессов распространение ошибок.
- 9) Устойчивые и неустойчивые задачи по исходным величинам.
- 10) Корректно поставленная задача.
- 11) Системы линейных уравнений. Их математическая запись. Расширенная матрица. Геометрический смысл умножения матрицы на вектор. Эквивалентные преобразования.
- 12) Прямые и итерационные методы решения системных уравнений.
- 13) Какую матрицу называют диагональной, единичной, верхней или нижней треугольной, симметричной, ленточной, трехдиагональной?
- 14) Какую матрицу называют хранимой, воспроизводимой?
- 15) Опишите метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
- 16) Представление исходной матрицы системы уравнений в виде произведения двух треугольных матриц. Модификация метода Гаусса.
- 17) Обусловленность систем линейных уравнений.
- 18) Итерационный метод решения систем линейных уравнений. Выбор начального приближения.
- 19) Приведение системы к виду, удобному для итераций.
- 20) Метод простой итерации (метод Якоби).
- 21) Метод Зейделя.
- 22) Сформулируйте достаточные условия сходимости метода простой итерации (метода Якоби) и метода Зейделя.
- 23) В чем заключается метод верхней релаксации для ускорения сходимости итерационных методов?
- 24) Определение обратной матрицы A^{-1} к матрице A и определителя матрицы A численным методом.
- 25) Собственные значения и собственные векторы матрицы. Их геометрический смысл. Собственные значения симметричной матрицы.
- 26) Что называется характеристическим многочленом матрицы?
- 27) Чем отличается полная проблема собственных значений от частичной проблемы собственных значений?
- 28) Какая существует связь между собственными значениями матрицы A и обратной ей матрицы A^{-1} ?
- 29) Как степенным методом определить наименьшее собственное значение матрицы A ?
- 30) В чем заключается степенной метод нахождения максимального собственного значения матрицы A и соответствующего ему собственного вектора?
- 31) От чего зависит скорость сходимости степенного метода нахождения максимального собственного значения матрицы A ?
- 32) Особенности решения нелинейных задач на примере одного уравнения.

- 33) В чем заключается отделение корней нелинейного уравнения $F(x) = 0$?
- 34) Что называется порядком сходимости итерационного метода решения одного нелинейного уравнения?
- 35) Что называется погрешностью приближенного значения x_k для корня x^* нелинейного уравнения?
- 36) Как оценить погрешность приближенного решения x_k для нахождения корня нелинейного уравнения $F(x) = 0$, если известно минимальное значение производной $F'(x)$ на отрезке $[a, b]$?
- 37) Что называется областью притяжения корня для итерационного метода решения нелинейного уравнения?
- 38) Что называется двусторонним приближением для нахождения корня нелинейного уравнения?
- 39) Какой итерационный процесс называется монотонно сходящимся?
- 40) Какой итерационный процесс называется колеблющимся для нахождения корня нелинейного уравнения? В чем его достоинство?
- 41) При каких условиях сходится метод половинного деления для нахождения корня уравнения $F(x) = 0$?
- 42) Перечислите достоинства и недостатки метода половинного деления для решения нелинейного уравнения $F(x) = 0$.
- 43) В чем заключается метод простой итерации для решения нелинейного уравнения $F(x) = 0$?
- 44) Сформулируйте достаточное условие сходимости метода простой итерации.
- 45) Какой порядок сходимости имеет метод простой итерации? Приведите соответствующее неравенство.
- 46) Сформулируйте принцип сжатых отображений для функции одной переменной.
- 47) Метод Ньютона (метод касательных) решения нелинейного уравнения. Его геометрическая интерпретация. Достаточное условие сходимости.
- 48) Приведите неравенство, связывающее погрешности на двух последовательных итерациях метода Ньютона нахождения корня нелинейного уравнения. Каков порядок сходимости этого метода?
- 49) Приведите условия Фурье для функции $F(x)$ при решении нелинейного уравнения $F(x) = 0$. Где они используются?
- 50) В чем заключается метод секущих для решения нелинейного уравнения $F(x) = 0$?
- 51) В чем заключается комбинированный метод хорд и касательных для нахождения корня нелинейного уравнения $F(x) = 0$?
- 52) Приведите расчетные формулы метода простой итерации для решения системы нелинейных уравнений.
- 53) Приведите какое-либо достаточное условие сходимости метода простой итерации для решения системы нелинейных уравнений.
- 54) В чем заключается метод Ньютона решения системы нелинейных уравнений?
- 55) Аппроксимация функций. В каких случаях она необходима?
- 56) Точечная и непрерывная аппроксимации.
- 57) Многочисленное приближение и его преимущество.
- 58) Тригонометрические многочлены.
- 59) Интерполирование функции. Интерполяционный многочлен.
- 60) В чем заключается критерий близости двух функций $f(x)$ и $\varphi(x)$ при среднеквадратичном приближении?
- 61) Что называется сплайн-интерполяцией?
- 62) Что называется наилучшим равномерным приближением функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$?
- 63) В чем заключается линейная интерполяция?
- 64) В чем заключается различие локальной и глобальной интерполяции?
- 65) Приведите общий вид интерполяционного многочлена Лагранжа.

- 66) Что называется разностной схемой при численном решении обыкновенного дифференциального уравнения методом конечных разностей?
- 67) В чем заключается квадратичная интерполяция?
- 68) Первые и вторые разности таблично заданной функции с постоянным шагом аргумента.
- 69) Выведите формулу линейной интерполяции, взяв первые два члена интерполяционного многочлена Ньютона.
- 70) Чему равна погрешность интерполяционного многочлена Лагранжа?
- 71) В чем заключается явление Рунге при многочленной интерполяции с равномерно расположенными узлами?
- 72) В чем заключается различие степенных разложений Тейлора от степенных разложений Чебышева?
- 73) Как вычисляются многочлены Чебышева с помощью рекуррентных соотношений?
- 74) Почему многочлен Чебышева называется наименее уклоняющимся от нуля?
- 75) В чем отличие ошибок, получаемых при среднеквадратичном и чебышевском равномерном приближении?
- 76) Что представляет собой экономизация степенных рядов с помощью многочленов Чебышева??
- 77) Что называется численным интегрированием при вычислении определенного интеграла?
- 78) В каких случаях для вычисления определенного интеграла приходится использовать формулы численного интегрирования?
- 79) Что называется квадратурной формулой для приближенного вычисления определенного интеграла?
- 80) Что называется составной квадратурной формулой?
- 81) Напишите квадратурную формулу метода прямоугольников для вычисления определенного интеграла.
- 82) Напишите составную квадратурную формулу метода прямоугольников для вычисления определенного интеграла.
- 83) Какую погрешность имеют квадратурные формулы метода прямоугольников при вычислении определенного интеграла?
- 84) Приведите квадратурную формулу метода трапеций для вычисления определенного интеграла.
- 85) Приведите составную квадратурную формулу метода трапеций для вычисления определенного интеграла.
- 86) Какую погрешность имеют квадратурные формулы метода трапеций при вычислении определенного интеграла?
- 87) Приведите квадратурную формулу метода Симпсона для вычисления определенного интеграла.
- 88) Приведите составную квадратурную формулу метода Симпсона для вычисления определенного интеграла.
- 89) Какую погрешность имеют квадратурные формулы метода Симпсона при вычислении определенного интеграла?
- 90) Что называют квадратурными формулами Ньютона – Котеса?
- 91) В чем заключается главная идея метода Гаусса для задачи численного интегрирования?
- 92) В чем заключается метод Рунге повышения точности численного интегрирования?
- 93) Как получить уточнение по методу Рунге при использовании метода Симпсона для вычисления определенного интеграла?
- 94) Что называют адаптивными алгоритмами при решении задачи численного интегрирования?
- 95) Приведите конечно-разностные выражения для первой производной.

- 96) Что понимается под термином численное дифференцирование?
- 97) Что называется порядком погрешности аппроксимации производной? Приведите примеры погрешности разных порядков.
- 98) Приведите конечно-разностное выражение для второй производной, использующее центральную разность.
- 99) Приведите конечно-разностное выражение для первой производной в граничной точке со вторым порядком точности.
- 100) Как использовать правило Рунге для получения уточненного значения производной?
- 101) В чем заключается метод конечных разностей решения обыкновенных дифференциальных уравнений?
- 102) Дать определение первых и вторых конечных разностей для таблично заданной функции.
- 103) Какие уравнения называются разностными? Что называется порядком разностных уравнений?
- 104) Приведите примеры разностных уравнений первого и второго порядка, в которые входят сеточные функции.
- 105) Линейное разностное уравнение n-го порядка и его общее решение.
- 106) Однородные разностные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и их решение.
- 107) Что называется задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения? Приведите пример.
- 108) Что называется краевой задачей для обыкновенного дифференциального уравнения? Приведите пример.
- 109) В чем заключается метод конечных разностей для решения обыкновенного дифференциального уравнения?
- 110) Что называется разностной схемой для решения обыкновенного дифференциального уравнения?
- 111) Какая разностная схема называется устойчивой?
- 112) Разностная схема аппроксимирует дифференциальное уравнение и дополнительные условия. Что это означает?
- 113) В каком случае решение, получаемое по разностной схеме, сходится к решению дифференциальной задачи?
- 114) Какая разностная схема для решения задачи Коши $y' = f(x, y), y(x_0) = y_0$ называется явной?
- 115) Какой разностный метод решения задачи Коши называется одношаговым?
- 116) Какой разностный метод решения задачи Коши называется многошаговым?
- 117) Какой разностный метод решения задачи Коши называется неявным?
- 118) Опишите метод Эйлера для решения задачи Коши $y' = f(x, y), y(x_0) = y_0$.
- 119) Какой порядок имеет локальная и глобальная погрешность метода Эйлера?
- 120) Приведите формулы метода Эйлера с пересчетом для решения задачи Коши $y' = f(x, y), y(x_0) = y_0$.
- 121) Приведите формулы метода Рунге – Кутты для решения задачи Коши $y' = f(x, y), y(x_0) = y_0$.
- 122) Что включает в себя полная постановка задачи для уравнений в частных производных?
- 123) Какие задачи для уравнений в частных производных называются стационарными, а какие – нестационарными? Какие дополнительные условия надо для них задать?
- 124) Какая задача для уравнений в частных производных называется корректно поставленной?
- 125) В чем заключается метод сеток для решения уравнений в частных производных?

126) Приведите конечно-разностные формулы для частных производных

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

в произвольной точке (i, j) сетки с помощью центральных разностей.

127) В чем заключается аппроксимация дифференциальной задачи разностной схемой?

128) Какая разностная схема для уравнений в частных производных называется устойчивой?

129) При каких условиях решение разностных уравнений сходится к решению уравнений с частными производными с соответствующими им дополнительными условиями?

130) Напишите явную разностную схему для уравнения теплопроводности и опишите ее свойства.

IX. Методические рекомендации преподавателю

См. приложение по методике 10-балльной оценки.

X. Методические рекомендации студентам

При выполнении домашнего задания – написания эссе поощряется использование информации из профессиональных публикаций и разработок, из Интернет-источников, но с обязательной ссылкой на адрес сайта, авторов использованных материалов. Предпочтительной представляется работа, выполненная, например, в виде аналитического обобщения или адаптации опубликованных материалов, но не прямое программное, текстовое и табличное копирование. Приветствуется работа с актуальными материалами из зарубежной профессиональной периодики, а также материалы и публикации конференций, связанных с тематикой работы.

XI. Рекомендации по использованию информационных технологий

В НИУ ВШЭ – Нижний Новгород студентам предоставляется возможность самостоятельной работы с электронными ресурсами информации, периодической литературой. В компьютерных классах доступ on-line.

Преподаватель



Маслова Е.А.

Приложение: Методика формирования результирующей оценки

Программа предусматривает в качестве форм контроля: оценку контрольных работ, оценку домашних заданий, оценку тестов, зачет и экзамен. Каждая форма оценивается по 10-бальной шкале.

Для тестов

Методика оценки тестов по курсу подробно обсуждается в разделе III Формы рубежного и итогового контроля данной программы

Для контрольных работ:

высшая оценка в 9 баллов (10 баллов проставляется в исключительных случаях) проставляются при отличном выполнении заданий: полных (с детальными или многочисленными примерами и возможными обобщениями) ответах на вопросы, правильном решении задачи и четком и исчерпывающем ее представлении, почти отличная оценка в 8 баллов проставляется при полностью правильных ответах и решении задач, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: детальных примеров или обобщений, четкого и исчерпывающего представления решаемой задачи,

оценка в 7 баллов проставляется при правильных ответах на вопросы и правильном решении задачи, но при отсутствии пояснений, примеров, обобщений, без представления алгоритма или последовательности решения задач,

оценка в 6 баллов проставляется при наличии отдельных неточностей в ответах на вопросы (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задачи не принципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера),

оценка в 5 баллов проставляется в случаях, когда в ответах и в решении задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам,

оценка в 4 балла проставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знании по контролируемой тематике,

оценка в 3 балла проставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в ответах на вопросы и в решении задач, говорящих о потенциальной возможности в последующем более успешно выполнить задания; оценка в 3 балла, как правило, ведет к повторному написанию ответов на вопросы или решению дополнительной задачи,

оценка в 2 балла проставляется при полном отсутствии положительных моментов в ответах на вопросы и решении задач и, как правило, ведет к повторному написанию контрольной работы в целом,

оценка в 1 балл проставляется, когда неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме.

При оценке выполнения индивидуального домашнего задания:

10 баллов проставляется в исключительных случаях самостоятельно проведенной работы, которая может в дальнейшем использоваться в учебном процессе или в исследовательской работе студента,

8-9 баллов проставляется при самостоятельно разработанном или удачно адаптированном и отлично представленном исследовании по выбранной тематике,

6-7 баллов проставляется при своевременно выполненном и самостоятельно представленном результате продукте по выбранной тематике,

4-5 баллов проставляется при частичном, несамостоятельном участии в выполнении работ,

2-3 балла проставляется, когда студент не может самостоятельно представить работу; когда работа носит явные признаки заимствований (работу предлагается переделать),

1 балл проставляется при наличии каких-либо демонстративных проявлений безграмотности и неэтичного отношения к работе.

На зачете (экзамене), представляющем собой письменный ответ на вопрос и решение задачи с последующим собеседованием, оценка проставляется следующим образом:

высшая оценка в 9 баллов (10 баллов проставляется в исключительных случаях) проставляется при отличном выполнении заданий: полных, с примерами и возможными обобщениями ответах на вопросы, при правильном решении задачи и детальном ее представлении,

почти отличная оценка в 8 баллов проставляется при полностью правильных ответах и решении задач, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: примеров и обобщений, детального представления решаемой задачи,

оценка в 7 баллов проставляется при правильных ответах на вопросы и правильном решении задачи, но при отсутствии пояснений, примеров, без представления алгоритма решения задач,

оценка в 6 баллов проставляется при наличии отдельных неточностей в ответах на вопросы или непринципиальных неточностях в решении задачи (описки и случайные ошибки арифметического характера),

оценка в 4-5 баллов проставляется в случаях, когда в ответах и в решении задачи имеются существенные неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании проблематики,

оценка в 2-3 балла проставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в ответах на вопросы и в решении задачи и ведет к повторному написанию ответов на вопросы или решению задачи,

оценка в 1 балл проставляется, когда неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к учебному процессу.

По результатам устного собеседования с преподавателем по выполненной на зачете работе возможны корректировки оценки в ту или иную сторону.